Probabilités conditionnelles

EXERCICE N°1 :	25'	4 points	

Une enquête a montré que :

- avant de passer l'épreuve théorique du permis de conduire (c'est-à-dire le code) **75%** des candidats ont travaillé très sérieusement cette épreuve,
- lorsqu'un candidat a travaillé très sérieusement, il obtient le code dans **80%** des cas,
- lorsqu'un candidat n'a pas beaucoup travaillé, il n'obtient pas le code dans **70%** des cas.

On interroge au hasard un candidat qui vient de passer l'épreuve théorique (on rappelle que les résultats sont connus dès la fin de l'épreuve).

On note **T** l'événement « le candidat a travaillé très sérieusement »

R l'événement « le candidat a réussi le code ».

Les probabilités seront données sous forme décimale, arrondies éventuellement au millième.

1°) Traduire les données à l'aide d'un arbre pondéré.

2°) a) Calculer la probabilité de l'événement « le candidat a travaillé très sérieusement et il a obtenu le code ».

b) Montrer que la probabilité **p(R)** qu'un candidat réussisse à l'épreuve théorique est égale à 0,675.

3°) Le candidat interrogé vient d'échouer. Quelle est la probabilité qu'il ait travaillé très sérieusement ?

4°) A la sortie de l'épreuve, on interroge au hasard et de façon indépendante 3 candidats (on suppose que ce choix peut être assimilé à un tirage successif avec remise).

Calculer la probabilité $\mathbf{p_3}$ d'interroger au moins une personne ayant échoué à l'épreuve.

5°) On interroge désormais au hasard et de façon indépendante n candidats.

Quelle est la probabilité $\mathbf{p_n}$ d'interroger au moins une personne ayant échoué à l'épreuve ?

EXERCICE N°2 :	25'	4 points	

On dispose d'un dé parfait dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et d'une boite contenant trois jetons blancs et deux jetons rouges, tous indiscernables au toucher.

1°) On lance le dé une seule fois et on observe le numéro de la face supérieure de ce dé.

Soit les événements :

E : **« obtenir un numéro supérieur ou égal à 5 »** .

$\overline{E}$: **l'événement contraire de *E*.**

Déterminer la probabilité de chacun des événements E et $\overline{E}$.

Tél : +216 29 862 229 / +216 29 862 464 - Email : contact@takiacademy.com

2°) On lance le dé une seule fois.

- Si l'événement E est réalisé, alors on tire simultanément et au hasard 2 jetons de la boite
- Si l'événement E n'est pas réalisé, alors on tire simultanément et au hasard 3 jetons de la boite

Soit l'événement A: **« obtenir un seul jeton blanc »**.

On note : $p(A / E)$ la probabilité de l' événement : A sachant que l' événement E est réalisé.

$p(A / \bar{E})$ la probabilité de l' événement : A sachant que l' événement $\bar{E}$ est réalisé .

a) Vérifier que $p(A / E)=\frac{3}{5}$ et que $p(A / \bar{E})=\frac{3}{10}$.

b) En déduire la probabilité de l'événement A.

c) Soit D l'événement **« obtenir 2 jetons rouges »**.

En utilisant un arbre pondéré, calculer la probabilité de D.

EXERCICE N°3 : 25' 4 points

Une caisse d'assurance maladie propose à ses affiliés une modalité d'hospitalisation m.

Les employés d'une entreprise sont tous affiliés à cette caisse d'assurance et on sait que :

- Le $\frac{1}{3}$ des employés choisissent la modalité m.
- Parmi les employés qui ont choisi la modalité m, 80 % sont atteints d'une maladie chronique.
- Parmi les employés qui n'ont pas choisi la modalité m, 75 % sont atteints d'une maladie chronique.

On choisit un employé au hasard et on considère les événements suivants :

M : **« l'employé choisit la modalité *m* »**

C : **« l'employé est atteint d'une maladie chronique »**

1°) a) Déterminer les probabilités suivantes : p(M), p(C/M) et $p(C / \bar{M})$.

b) Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.

2°) a) Calculer la probabilité que cet employé ait choisit la modalité m et soit atteint d'une maladie chronique.

b) Calculer la probabilité que cet employé n'ait pas choisi la modalité m et soit atteint d'une maladie chronique.

c) En déduire p(C).

3°) Soit l'événement E : **« l'employé choisit la modalité *m*, sachant qu'il est atteint d'une maladie chronique. »**

Montrer que $p(E)=\frac{8}{23}$.